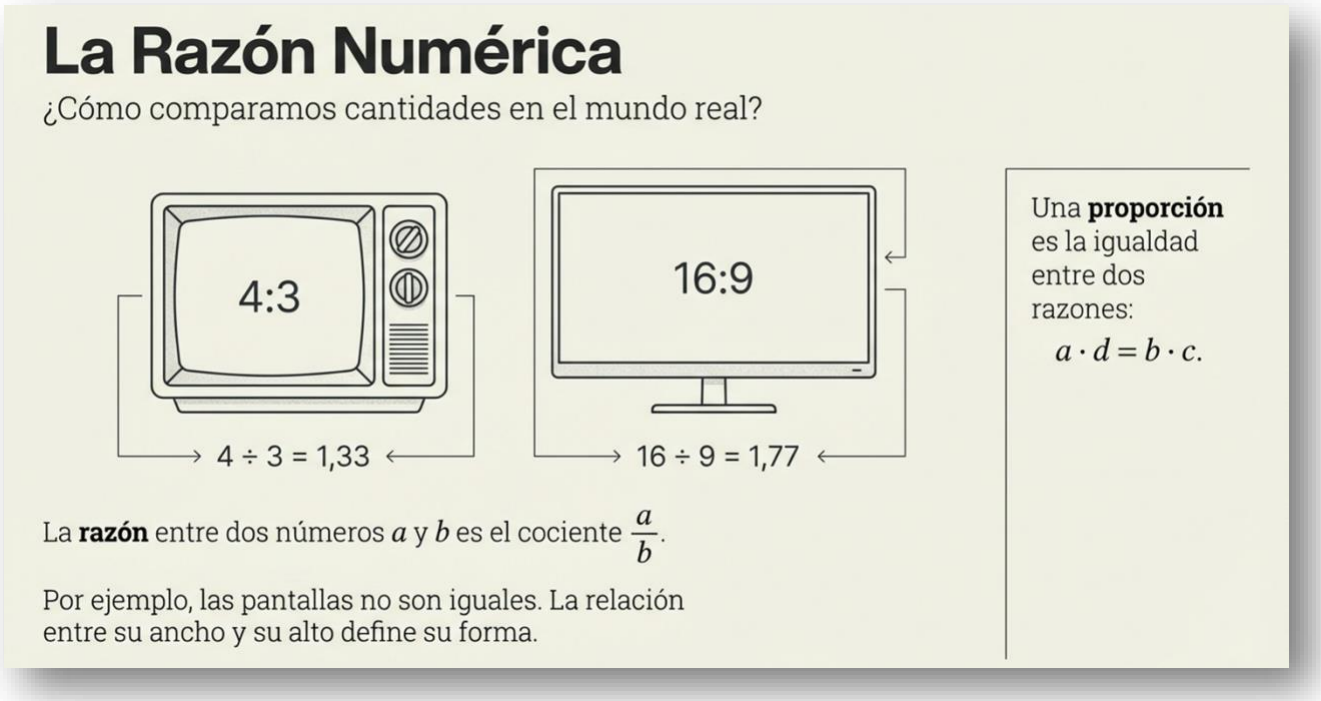
Tema 4 – Proporcionalidad y porcentajes

1. Introducción

La proporcionalidad es una herramienta matemática fundamental que permite comparar cantidades y resolver problemas de la vida cotidiana, desde ajustar una receta de cocina hasta calcular el interés de una cuenta de ahorros o entender las dimensiones de las pantallas de nuestros dispositivos.

1.1. Razón Numérica

La **razón numérica** entre dos números a y b se define como el cociente $\frac{a}{b}$ entre dichos números. Los números a y b que forman una razón pueden ser tanto números enteros como decimales.



Ejemplo de aplicación (receta de cocina): Si para hacer una tortilla para 3 personas se necesitan 4 huevos y 450 g de patatas, las razones son:

- $\frac{4}{3} = 1{,}3 \Longrightarrow$ Para 1 persona se necesita 1 huevo y un tercio más.

- $\frac{450}{3} = 150 \Longrightarrow$ Para 1 persona se necesitan 150 gramos de patatas.

1.2. Proporción Numérica

Una **proporción** es la igualdad entre dos razones: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Los términos a y d se denominan **extremos**, mientras que b y c se denominan **medios**.

1.2.1. Propiedad Fundamental de las Proporciones

En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios:

$$\boxed{a \cdot d = b \cdot c}$$

Ejemplos de verificación:

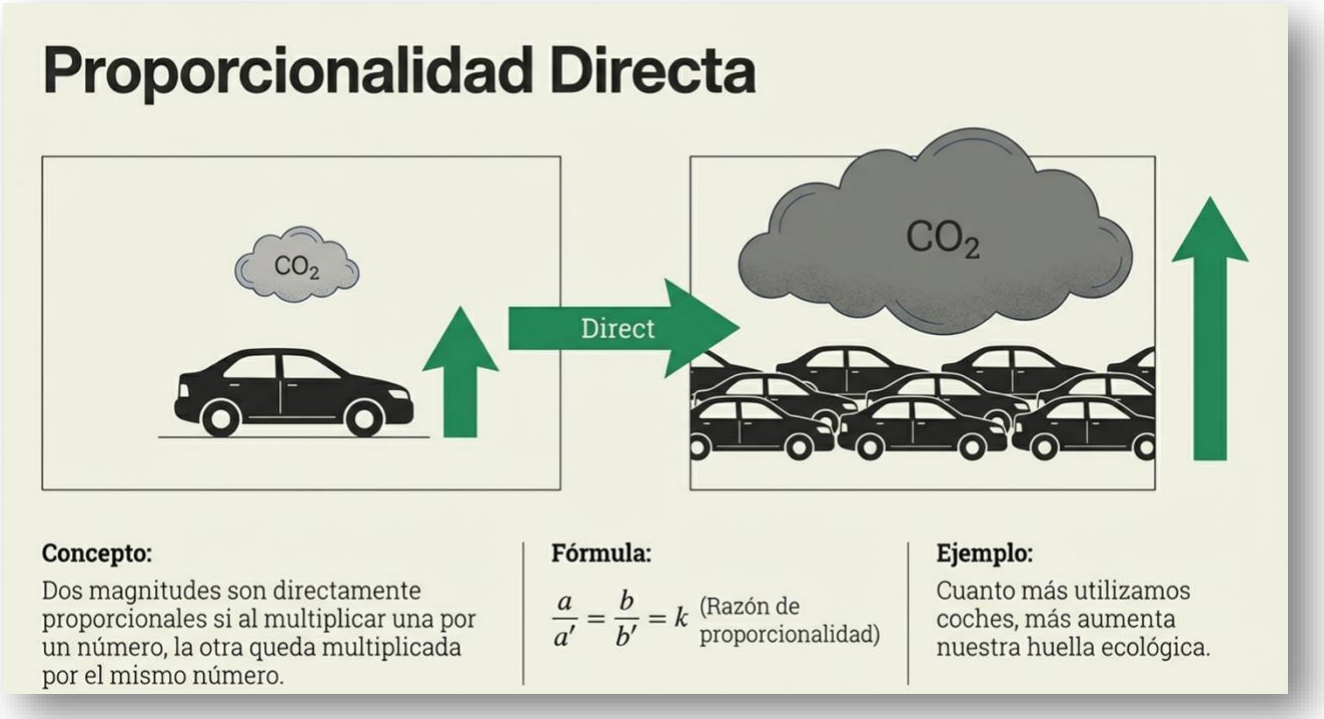
- Las razones $\frac{3}{12}$ y $\frac{4}{16}$ forman proporción porque $\frac{3}{12} = 0{,}25$ y $\frac{4}{16} = 0{,}25$. Además, $3 \cdot 16 = 12 \cdot 4 = 48$.
- Las razones $\frac{15}{20}$ y $\frac{20}{25}$ no forman proporción ya que $\frac{15}{20} = 0{,}75$ mientras que $\frac{20}{25} = 0{,}8$. Al aplicar la propiedad: $15 \cdot 25 = 375 \neq 20 \cdot 20 = 400$.

1.2.2. Cálculo del Término Desconocido

Podemos calcular cualquier término de una proporción si conocemos los otros tres aplicando la propiedad fundamental: $\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$

2. Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número determinado diferente de cero, la otra queda multiplicada o dividida, respectivamente, por el mismo número.



2.1. Tabla de proporcionalidad directa

En una tabla de valores de dos magnitudes directamente proporcionales, el cociente entre las cantidades correspondientes es constante:

1.ª magnitud	a	b	c	...
2.ª magnitud	a'	b'	c'	...

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \cdots = r$ donde *r* es la **razón o constante de proporcionalidad directa**.

2.2. Repartos Directamente Proporcionales

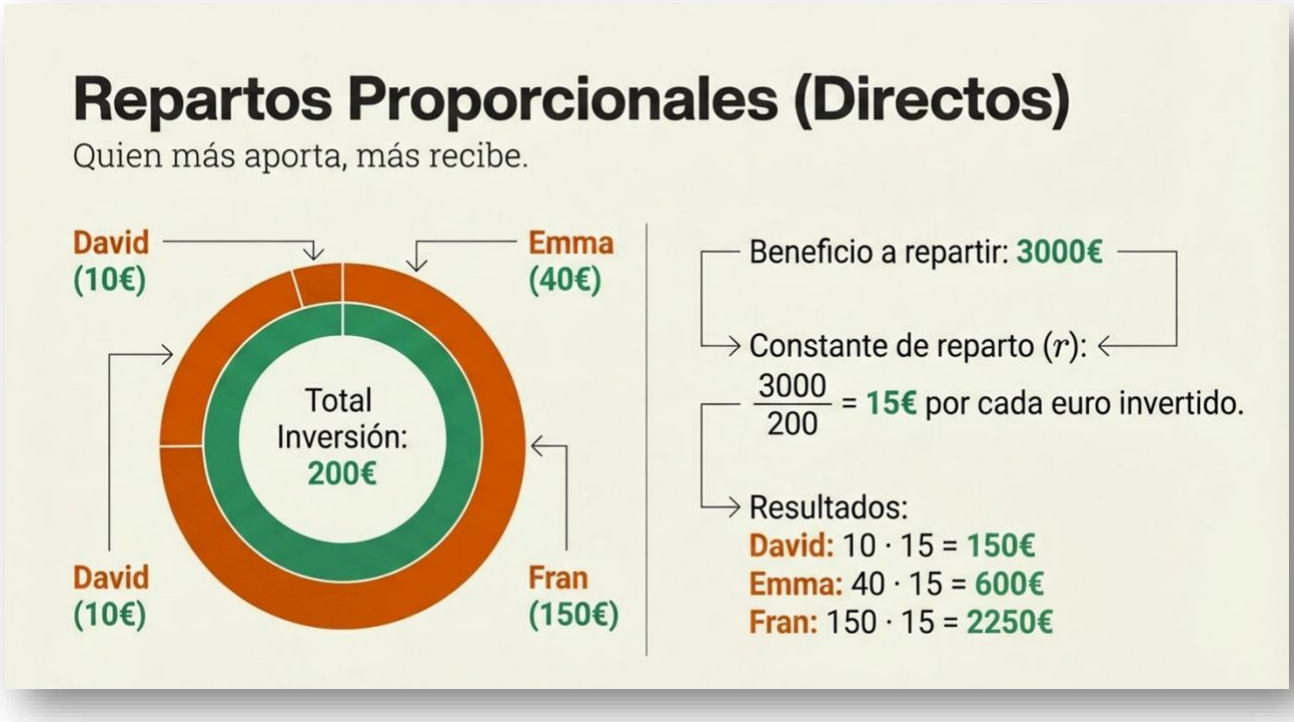
Para repartir una cantidad *N* de forma directamente proporcional a unos valores *a, b, c*... llamados pesos, se siguen estos pasos:

1. Se calcula la constante de proporcionalidad directa: $r = \frac{N}{a+b+c+\cdots}$
2. Se multiplica cada valor (*a, b, c*...) por la constante *r*.

Actividad Resuelta: En un negocio, David invierte 10 €, Emma 40 € y Fran 150 €. Si obtienen una ganancia de 3000 €, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

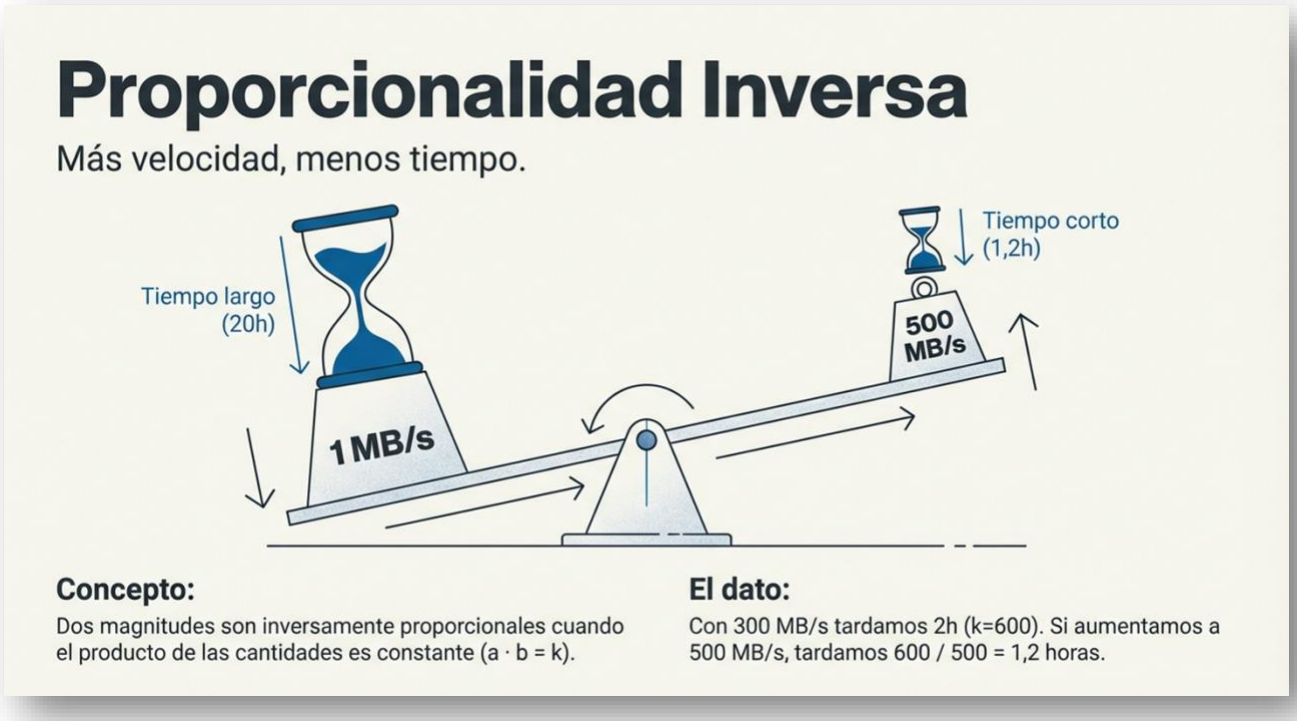
- Suma de inversiones: $10 + 40 + 150 = 200$
- Cálculo de r: $r = \frac{3000}{200} = 15€$
- David: $15 \cdot 10 = 150$ €

- Emma: $15 \cdot 40 = 600\,€$
- Fran: $15 \cdot 150 = 2250\,€$
- **Comprobación:** $150 + 600 + 2250 = 3000\,€$



3. Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si al multiplicar o dividir una de ellas por un número determinado (distinto de cero), la otra queda dividida o multiplicada, respectivamente, por ese mismo número.



3.1. Propiedad de la proporcionalidad inversa

En este caso, el producto de las cantidades correspondientes es constante:

1.ª magnitud	a	b	c	…
2.ª magnitud	a'	b'	c'	…

$a \cdot a' = b \cdot b' = c \cdot c' = \cdots = k$ Donde *k* es la **constante de proporcionalidad inversa**.

3.2. Repartos Inversamente Proporcionales

Para repartir una cantidad *N* de forma inversamente proporcional a a, b, c …, se realiza un reparto directamente proporcional a sus inversos: $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ …

Ejemplo Resuelto: Plantar 960 árboles en tres distritos de forma inversamente proporcional a los árboles que ya existen: 120, 150 y 200.

1. Calculamos la constante k: $k = \frac{960}{\frac{1}{120}+\frac{1}{150}+\frac{1}{200}} = \frac{960}{\frac{5+4+3}{600}} = \frac{960 \cdot 600}{12} = 48000$
2. Reparto:
   - Distrito 120: $\frac{1}{120} \cdot 48000 = 400$ árboles.
   - Distrito 150: $\frac{1}{150} \cdot 48000 = 320$ árboles.
   - Distrito 200: $\frac{1}{200} \cdot 48000 = 240$ árboles.

4. Proporcionalidad compuesta

Un problema es de **proporcionalidad compuesta** cuando se relacionan más de dos magnitudes.

4.1. Método de Resolución (paso a paso):

1. Colocar las magnitudes organizadas, situando la incógnita en la última columna.
2. Determinar la relación (directa o inversa) de cada magnitud con la magnitud de la incógnita.
3. Escribir la proporción: si la relación es inversa, se utiliza la fracción inversa.

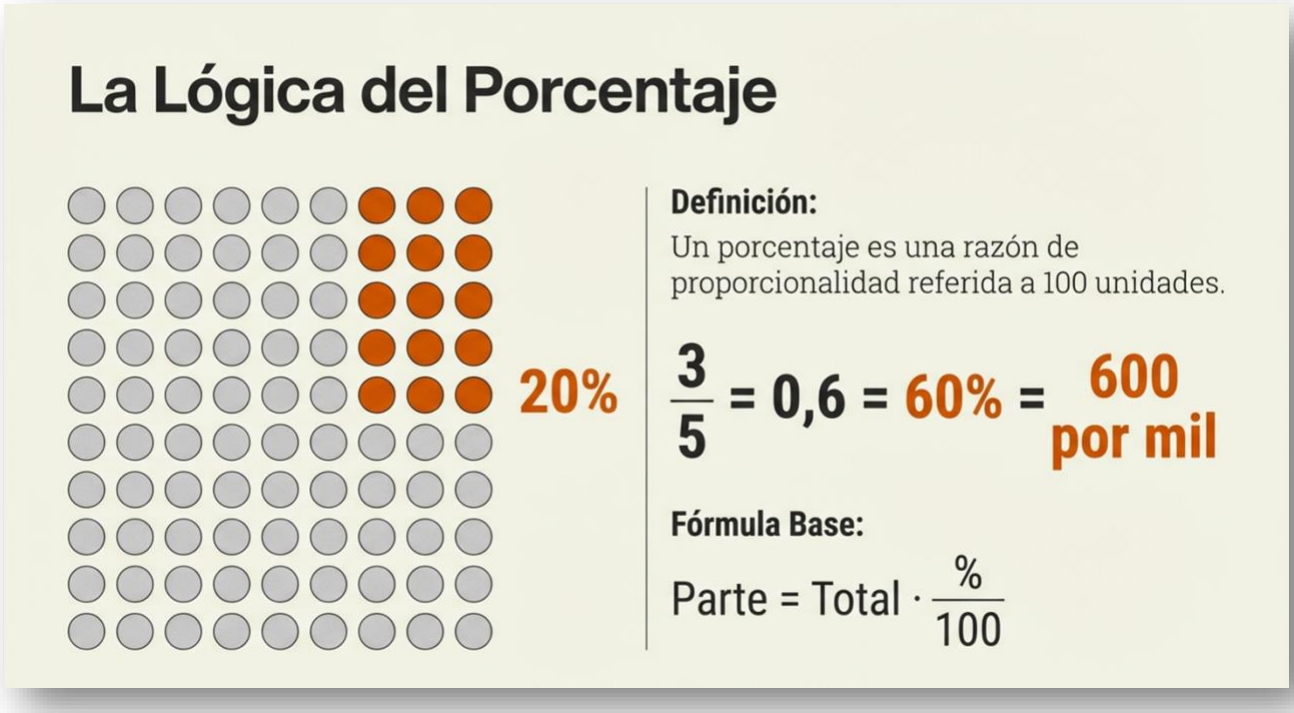
Ejemplo Resuelto: 8 máquinas tardan 16 horas en montar 40 coches. ¿Cuántas máquinas se necesitan para montar 100 coches en 4 horas?

- Relación Máquinas - Horas: Inversa (menos horas ⇒ más máquinas).
- Relación Máquinas - Coches: Directa (más coches ⇒ más máquinas).

Planteamiento: $\frac{8}{x} = \frac{4}{16} \cdot \frac{40}{100} \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{160}{1600} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 1600}{160} = 80$ máquinas.

5.5. Porcentajes y variaciones porcentuales

Un **porcentaje** o tanto por ciento es una razón de proporcionalidad referida a 100 unidades.



5.1. Cálculo de Porcentajes

- **Para hallar el total:** Si conocemos que el 16% es 8, planteamos la proporción

$$\frac{16}{100} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 8}{16} = 50.$$

- **Para hallar la parte:** El 15% de 556 es $\frac{15}{100} = \frac{x}{556} \Longrightarrow x = \frac{15 \cdot 556}{100} = 83{,}40.$
- **Para hallar el porcentaje:** De 30 estudiantes, 18 aprueban. $\frac{18}{30} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 60\%.$

5.2. Aumentos y disminuciones porcentuales (Índice de Variación)

Para hallar la cantidad final C_f tras aplicar un aumento o disminución del $r\%$, multiplicamos la cantidad inicial C_i por el **índice de variación**: $C_f = C_i \cdot \left(1 \pm \frac{r}{100}\right)$

- Aumento: $\left(1 + \frac{r}{100}\right)$
- Disminución: $\left(1 - \frac{r}{100}\right)$

Porcentajes encadenados: Si se aplican varios porcentajes seguidos, se multiplican sus índices de variación.

$$IV_{total} = IV_1 \cdot IV_2 \cdot \ldots \cdot IV_n$$

Ejemplo: Un aumento del 3% (1,03) y una disminución del 5% (0,95) equivalen a un índice total de $1{,}03 \cdot 0{,}95 = 0{,}9785$. Esto supone una disminución total del $2{,}15\%$ (ya que $1 - 0{,}9785 = 0{,}0215$).

6. Interés simple e interés compuesto

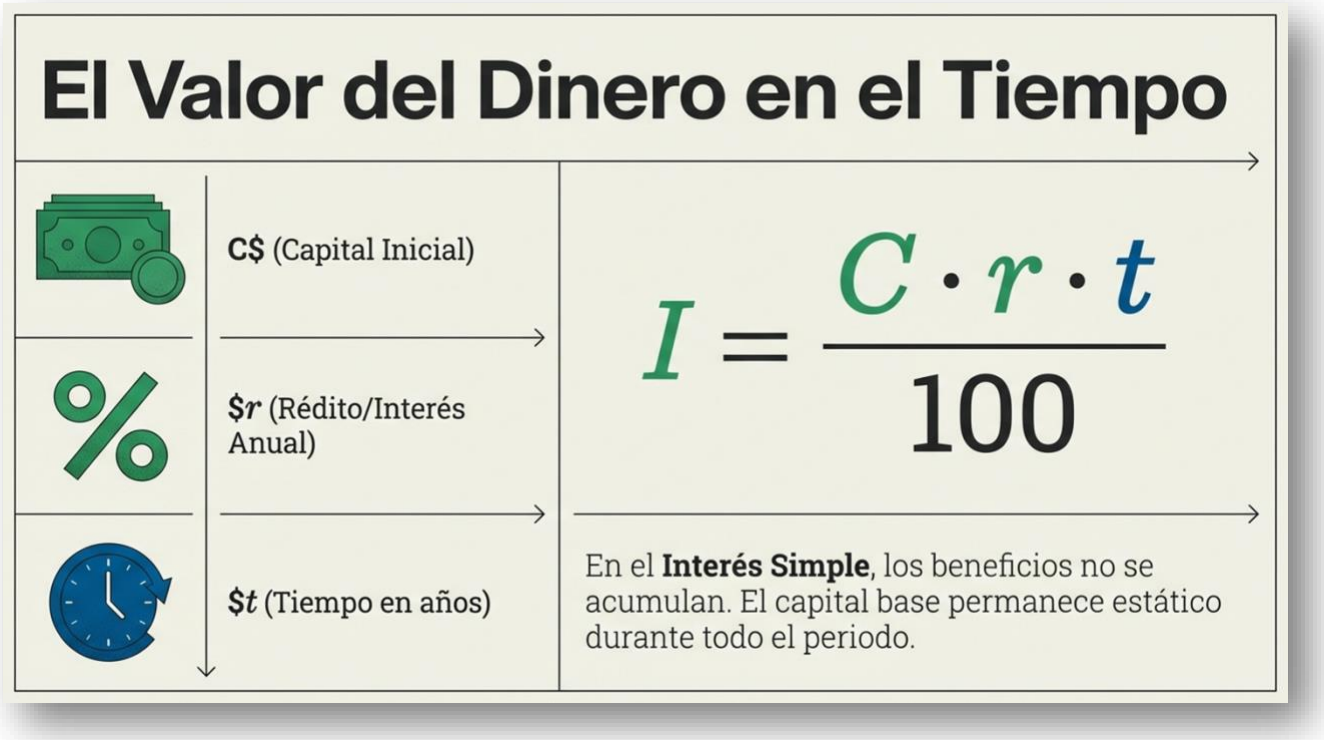
Cuando se deposita un **capital inicial (C_i)** en una entidad bancaria durante un tiempo (t), se genera un beneficio llamado **interés (I)** basado en un tipo de interés o **rédito (r %)**.

6.1. Interés simple

Los intereses generados en cada periodo no se acumulan al capital para producir nuevos intereses.

- Fórmula del interés: $I = \frac{C_i \cdot r \cdot t}{100}$
- Capital final: $C_f = C_i + I = C_i + \frac{C_i \cdot r \cdot t}{100}$

Ejemplo: 1000 € al 6% de interés simple durante 2 años: $I = \frac{1000 \cdot 6 \cdot 2}{100} = 120€ \Rightarrow C_f = 1120€$



6.2. Interés compuesto

Al final de cada año, los intereses producidos pasan a formar parte del capital inicial para el año siguiente.

- Fórmula del capital final: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$

Ejemplo comparativo: 1000 € al 5% anual durante 3 años: $C_f = 1000 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 1000 \cdot (1{,}05)^3 = 1157{,}63€$

Mientras que en el interés simple el beneficio es constante cada año, en el interés compuesto el beneficio crece cada año porque el capital sobre el que se calcula es cada vez mayor.

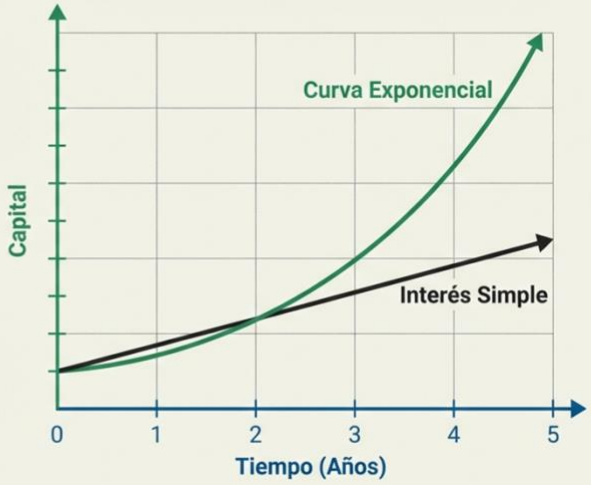
Interés Compuesto

La fuerza del crecimiento exponencial

Fórmula

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

Los intereses producidos se suman al capital al final de cada periodo para generar nuevos intereses. Es "interés sobre interés".



La Comparativa Real

Inversión de 1000€ al 5% durante 4 años.

	Interés Simple		Interés Compuesto	
	Año 1:	1050€	Año 1:	1050€
	Año 2:	1100€ (+50)	Año 2:	1102,50€
	Año 3:	1150€ (+50)	Año 3:	1157,63€
	Año 4:	1200€ (+50)	Año 4:	**1215,51€**

El interés compuesto acelera el crecimiento con el paso del tiempo.

7. Resumen de fórmulas principales

Concepto	Fórmula / Propiedad
Proporción	$a \cdot d = b \cdot c$

Proporcionalidad Directa	$\frac{a}{a'} = r$ Cociente constante
Proporcionalidad Inversa	$a \cdot a' = k$ Producto constante
Aumento Porcentual	$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$
Disminución Porcentual	$C_f = C_i \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)$
Interés Simple	$I = \frac{C_i \cdot r \cdot t}{100}$
Interés Compuesto	$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$

8. Ejercicios resueltos

8.1. Problema 1: El viaje en coche

Enunciado: Un coche ha recorrido 141 km en una hora y media. ¿Qué distancia recorrería en 3 horas a la misma velocidad?

1. **Datos:**
   - Distancia 1: 141 km.
   - Tiempo 1: 1,5 horas.
   - Tiempo 2: 3 horas.
   - Incógnita: Distancia 2 (*x*).
2. **Planteamiento:** Es **proporcionalidad directa** porque a más tiempo circulando (a velocidad constante), más distancia se recorre. La razón es: $\frac{141}{1{,}5} = \frac{x}{3}$.
3. **Operaciones:**
   - $x = \frac{141 \cdot 3}{1{,}5}$
   - $x = \frac{423}{1{,}5} = 282$
4. **Solución:** El coche recorrerá **282 km**. Esto significa que, al duplicar el tiempo de viaje, la distancia recorrida también se duplica exactamente.

8.2. Problema 2: El reto de lectura

Enunciado: Leyendo 100 páginas diarias, Raquel terminó un libro en 8 días. Si hubiera leído solo 80 páginas diarias, ¿cuántos días habría tardado?

1. **Datos:**
   - Páginas/día 1: 100 -> Tiempo 1: 8 días.
   - Páginas/día 2: 80 -> Tiempo 2: *x* días.
2. **Planteamiento:** Es **proporcionalidad inversa** porque cuantas menos páginas lea al día, más días tardará en terminar el libro. El producto de las magnitudes debe ser constante: $100 \cdot 8 = 80 \cdot x$.

3. **Operaciones:**
   - $800 = 80 \cdot x$
   - $x = \frac{800}{80} = 10.$
4. **Solución:** Habría tardado **10 días**. Al disminuir el ritmo de lectura, el tiempo necesario aumenta de forma proporcional.

8.3. Problema 3: Sombras y alturas

Enunciado: Joaquín mide 1,80 m y proyecta una sombra de 2 m. En ese mismo instante, un árbol proyecta una sombra de 4,75 m. ¿Cuánto mide el árbol?

1. **Datos:**
   - Altura Joaquín: 1,80 m -> Sombra Joaquín: 2 m.
   - Altura Árbol: *x* -> Sombra Árbol: 4,75 m.
2. **Planteamiento:** Es **proporcionalidad directa**. A mayor altura del objeto, mayor es la sombra proyectada bajo las mismas condiciones de luz. $\frac{1,80}{2} = \frac{x}{4,75}$.
3. **Operaciones:**
   - $x = \frac{1,80 \cdot 4,75}{2}$
   - $x = \frac{8,55}{2} = 4,275$
4. **Solución:** El árbol mide **4,275 metros**. La relación entre la altura y la sombra se mantiene constante para ambos objetos.

8.4. Problema 4: Los jardineros (Proporcionalidad Inversa)

Enunciado: Tres jardineros tardaron 120 horas en arreglar un jardín. ¿Cuántos jardineros se necesitarían para hacer el mismo trabajo en solo 40 horas?

1. **Datos:**
   - Jardineros 1: 3 -> Tiempo 1: 120 h.
   - Jardineros 2: x -> Tiempo 2: 40 h.
2. **Planteamiento:** Es **proporcionalidad inversa**. Para reducir el tiempo de trabajo, es necesario aumentar el número de trabajadores. $3 \cdot 120 = x \cdot 40$.
3. **Operaciones:**
   - $360 = x \cdot 40$
   - $x = \frac{360}{40} = 9$.
4. **Solución:** Se necesitarían **9 jardineros**. Para terminar el trabajo en una tercera parte del tiempo original, se requiere el triple de personal.

8.5. Problema 5: Velocidad de descarga

Enunciado: Un ordenador con una conexión de 300 MB/s tarda 2 horas en descargar un archivo. Si la velocidad aumenta a 500 MB/s, ¿cuánto tardará?

1. **Datos:**
   - Velocidad 1: 300 MB/s -> Tiempo 1: 2 h.

   - Velocidad 2: 500 MB/s -> Tiempo 2: *x* h.
2. **Planteamiento:** Es **proporcionalidad inversa**. A mayor velocidad de conexión, menor es el tiempo de espera para la descarga. $300 \cdot 2 = 500 \cdot x$.
3. **Operaciones:**
   - $600 = 500 \cdot x$
   - $x = \frac{600}{500} = 1{,}2$
   - Conversión de unidades: $0{,}2$ horas son $0{,}2 \cdot 60 = 12$ minutos.
4. **Solución:** Tardará **1,2 horas** (es decir, **1 hora y 12 minutos**). Al aumentar la velocidad, el tiempo se reduce de forma inversamente proporcional.

8.6. Problema 6: Compra de tela

Enunciado: Un trozo de tela de 6 metros de largo cuesta 45 €. ¿Cuánto costará un trozo de 8 metros de la misma tela?

1. **Datos:**
   - Longitud 1: 6 m -> Precio 1: 45 €.
   - Longitud 2: 8 m -> Precio 2: *x* €.
2. **Planteamiento:** Es **proporcionalidad directa**. A mayor cantidad de metros comprados, mayor será el precio total a pagar. $\frac{45}{6} = \frac{x}{8}$.
3. **Operaciones:**
   - $x = \frac{45 \cdot 8}{6}$
   - $x = \frac{360}{6} = 60$
4. **Solución:** Los 8 metros de tela costarán **60 €**. El precio por metro se mantiene constante, por lo que el coste total sube proporcionalmente a la longitud.

Aquí tienes 6 problemas con temáticas actuales para jóvenes de 12-14 años (2º de ESO), basados en los métodos de reparto que aparecen en tus fuentes.

8.7. Problema 7: El Torneo de E-Sports

Enunciado: Tres amigos forman un equipo de *Valorant* y ganan un premio de **600 €**. Deciden repartirlo de forma directamente proporcional a las rondas ganadas por cada uno: Álex ganó 2, Bea 3 y Cris 5.

1. **Datos:** $N = 600$ €. Pesos: 2, 3 y 5 rondas.
2. **Planteamiento:** Calculamos la constante de proporcionalidad directa: $r = \frac{N}{a+b+c}$.
3. **Operaciones:**
   - $r = \frac{600}{2+3+5} = \frac{600}{10} = 60$
   - Álex: $2 \cdot 60 = 120$ €
   - Bea: $3 \cdot 60 = 180$ €.
   - Cris: $5 \cdot 60 = 300$ €.
4. **Solución:** Álex recibe **120 €**, Bea **180 €** y Cris **300 €**. Al ser un reparto directo, quien más rondas aportó al equipo recibe una parte mayor del premio.

8.8. Problema 8: Entradas para el concierto

Enunciado: Un centro cultural regala **66 entradas** para un concierto. Para fomentar el desconecte digital, las reparten de forma inversamente proporcional a las horas que tres jóvenes han pasado con el móvil: Dani 2h, Eva 3h y Fede 6h.

1. **Datos:** $N = 66$. Pesos: 2, 3 y 6 horas.
2. **Planteamiento:** Repartimos de forma directa a los inversos: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$.
   - Suma de inversos: $3/6 + 2/6 + 1/6 = 6/6 = 1$.
3. **Operaciones:**
   - Constante $k = 66 / 1 = 66$.
   - Dani: $66 \cdot (1/2) = 33$.
   - Eva: $66 \cdot (1/3) = 22$.
   - Fede: $66 \cdot (1/6) = 11$.
4. **Solución:** Dani recibe **33 entradas**, Eva **22** y Fede **11**. Es un reparto justo según el objetivo: el que menos tiempo usó el móvil (Dani) es el más premiado.

8.9. Problema 9: Coleccionistas de Cromos

Enunciado: Un club de coleccionistas reparte **150 sobres** de cromos de forma directamente proporcional al número de álbumes completados por tres socios: 4, 5 y 6 álbumes.

1. **Datos:** $N = 150$. Magnitudes: 4, 5 y 6.
2. **Planteamiento:** $r = 150/(4 + 5 + 6)$.
3. **Operaciones:**
   - $r = 150 / 15 = 10$.
   - Socio 1: $4 \cdot 10 = 40$.
   - Socio 2: $5 \cdot 10 = 50$.
   - Socio 3: $6 \cdot 10 = 60$.
4. **Solución:** Reciben **40, 50 y 60 sobres** respectivamente. La cantidad de sobres es proporcional a su esfuerzo completando álbumes.

8.10.4. Problema 10: La Carrera de Karts

Enunciado: En una pista de Karts, se reparten **150 puntos** de bonificación de forma inversamente proporcional al tiempo que tardaron en dar la vuelta rápida: Hugo (10s), Iván (12s) y Julia (15s).

1. **Datos:** $N = 150$. Magnitudes: 10, 12 y 15 segundos.
2. **Planteamiento:** Inversos: $1/10, 1/12, 1/15$.
   - Suma (mcm 60): $6/60 + 5/60 + 4/60 = 15/60 = 1/4$.
3. **Operaciones:**
   - Constante $k = 150/(1/4) = 150 \cdot 4 = 600$.
   - Hugo: $600 / 10 = 60$.

   - Iván: $600 \,/\, 12 \,=\, 50$.
   - Julia: $600 \,/\, 15 \,=\, 40$.
4. **Solución:** Hugo gana **60 puntos**, Iván **50** y Julia **40**. En una carrera, el que tarda menos tiempo (el más rápido) es quien debe recibir más puntos.

8.11. Problema 11: el huerto escolar

Enunciado: Un colegio quiere plantar **500 árboles** en tres parcelas cuyas superficies son 100 m^2, 150 m^2 y 250 m^2. El reparto debe ser directamente proporcional al tamaño de la parcela.

1. **Datos:** $N \,=\, 500$. Pesos: 100, 150 y 250.
2. **Planteamiento:** $r = 500/(100 + 150 + 250)$.
3. **Operaciones:**
   - $r \,=\, 500 \,/\, 500 \,=\, 1$.
   - Parcela 1: $100 \,\cdot 1 \,=\, 100$.
   - Parcela 2: $150 \,\cdot 1 \,=\, 150$.
   - Parcela 3: $250 \,\cdot 1 \,=\, 250$.
4. **Solución:** Se plantarán **100, 150 y 250 árboles** respectivamente. A mayor terreno, mayor capacidad para albergar árboles.

8.12. Problema 12: Escape Room Challenge

Enunciado: Una empresa de Escape Room da un premio de **90 puntos** extra de reputación a los tres equipos que salieron de la sala. El reparto es inversamente proporcional a los minutos que tardaron: Equipo A (3 min), Equipo B (4 min) y Equipo C (6 min).

1. **Datos:** $N \,=\, 90$. Magnitudes: 3, 4 y 6 minutos.
2. **Planteamiento:** Inversos: $1/3, 1/4, 1/6$.
   - Suma (mcm 12): $4/12 \,+\, 3/12 \,+\, 2/12 \,=\, 9/12 \,=\, 3/4$.
3. **Operaciones:**
   - Constante $k = \frac{90}{\frac{3}{4}} = (90 \cdot 4)/3 = 120$.
   - Equipo A: $120 \,/\, 3 \,=\, 40$.
   - Equipo B: $120 \,/\, 4 \,=\, 30$.
   - Equipo C: $120 \,/\, 6 \,=\, 20$.
4. **Solución:** El Equipo A recibe **40 puntos**, el B **30** y el C **20**. El reparto inverso garantiza que el equipo más veloz (3 min) sea el que más puntos sume.

Aquí tienes 4 problemas de **proporcionalidad compuesta** diseñados para tu edad, con temas actuales y siguiendo los pasos de resolución de tus fuentes.

8.13. Problema 13: Limpieza de Playas

Enunciado: Para limpiar una playa de **1200 metros**, un grupo de **10 voluntarios** necesita **4 horas**. ¿Cuántas horas tardarán **15 voluntarios** en limpiar una playa de **1800 metros**?

1. **Organización de magnitudes** (la incógnita al final):
   - Metros (M): $1200 \rightarrow 1800$
   - Voluntarios (V): $10 \rightarrow 15$
   - Horas (H): $4 \rightarrow x$

Metros (m)	Voluntarios (v)	Horas (h)
1200	10	4
1800	15	x

2. **Relación con la incógnita**:
   - A más metros, más horas (**Directa**).
   - A más voluntarios, menos horas (**Inversa**).
3. **Planteamiento** (usamos la fracción inversa para los voluntarios): $\frac{4}{x} = \frac{1200}{1800} \cdot \frac{15}{10}$
4. **Resolución:** $\frac{4}{x} = \frac{18000}{18000} \Rightarrow \frac{4}{x} = 1 \Rightarrow x = 4$
5. **Solución:**Tardarán **4 horas**. Al aumentar el trabajo pero también el personal, el tiempo se mantiene igual.

8.14. Problema 14: Granja de servidores de videojuegos

Enunciado: Una empresa de videojuegos usa **3 servidores** para dar servicio a **600 jugadores** durante **10 horas**. ¿Cuántos servidores se necesitarán para mantener a **1000 jugadores** conectados durante **5 horas**?

1. **Magnitudes**:
   - Jugadores (J): $600 \rightarrow 1000$
   - Horas (H): $10 \rightarrow 5$
   - Servidores (S): $3 \rightarrow x$
2. **Relación**:
   - A más jugadores, más servidores (**Directa**).
   - A menos horas de uso, menos servidores (**Directa**). *Nota: Aquí ambas son directas respecto a la necesidad de máquinas.*
3. **Planteamiento**: $\frac{3}{x} = \frac{600}{1000} \cdot \frac{10}{5}$
4. **Resolución**: $\frac{3}{x} = \frac{6000}{5000} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{6}{5} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 5}{6} = 2{,}5$
5. **Solución:** Se necesitarían **3 servidores** (ya que no puedes tener medio servidor).

8.15. Problema 15: Fábrica de Impresoras 3D

Enunciado: En un taller, **5 impresoras 3D** funcionando **8 horas al día** fabrican **40 piezas**. ¿Cuántas piezas fabricarán **8 impresoras** si funcionan **10 horas al día**?

1. **Magnitudes**:
   - Impresoras (I): $5 \rightarrow 8$
   - Horas/día (H): $8 \rightarrow 10$
   - Piezas (P): $40 \rightarrow x$
2. **Relación**:
   - A más impresoras, más piezas (**Directa**).
   - A más horas, más piezas (**Directa**).
3. **Planteamiento**: $\frac{40}{x} = \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{10}$
4. **Resolución**: $\frac{40}{x} = \frac{40}{80} \Rightarrow \frac{40}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 80$
5. **Solución:** Fabricarán **80 piezas**. Al aumentar tanto las máquinas como el tiempo, la producción se duplica.

8.16. Problema 16: Refugio de Mascotas

Enunciado: Un refugio tiene **20 perros** que consumen **140 kg** de pienso en **7 días**. Si llegan **10 perros más** (total 30) y compramos una reserva de **150 kg**, ¿cuántos días durará la comida?

1. **Magnitudes**:
   - Perros (P): $20 \rightarrow 30$
   - Pienso (Kg): $140 \rightarrow 150$
   - Días (D): $7 \rightarrow x$
2. **Relación**:
   - A más perros, menos días dura la comida (**Inversa**).
   - A más kilos de pienso, más días dura (**Directa**).
3. **Planteamiento** (invertimos la fracción de los perros): $\frac{7}{x} = \frac{30}{20} \cdot \frac{140}{150}$
4. **Resolución**: $\frac{7}{x} = \frac{4200}{3000} \Rightarrow \frac{7}{x} = 1{,}4 \Rightarrow x = \frac{7}{1{,}4} = 5$
5. **Solución:** La comida durará **5 días**. Aunque hay más comida, el aumento de perros hace que se agote más rápido.

8.17. Problema 17: cálculo del total

En una conferencia quedan **8 entradas sin vender**, lo que representa el **16%** del aforo total. ¿Cuántas entradas había en total para el evento?

Resolución: Se establece la proporción $\frac{16}{100} = \frac{8}{x}$. Despejando la x, tenemos $x = \frac{100 \cdot 8}{16} = 50$. Había **50 entradas en total**.

8.18. Problema 18: cálculo del porcentaje

Un equipo de baloncesto ha ganado **12 partidos** de los **20**que ha disputado hasta el momento. ¿Qué porcentaje de partidos ganados representa esto?

Resolución: Aplicamos la proporción $\frac{12}{20} = \frac{x}{100}$. Calculamos $x = \frac{12 \cdot 100}{20} = 60$. El equipo tiene un **60% de victorias**.

8.19. Problema 19: cálculo de la cantidad final (con aumento)

El precio de un ordenador es de **556 €**, pero se le debe aplicar un **IVA del 21%**. ¿Cuál será el precio final del producto?

Resolución: Calculamos el índice de variación para un aumento del 21%, que es IV=**1,21**. Multiplicamos el precio inicial por el índice: $C_{final} = 556 \cdot 1{,}21 = 672{,}76$. El precio final es **672,76 €**.

8.20. Problema 20: cálculo de la cantidad inicial (disminución)

Después de aplicarle a una cantidad inicial una **rebaja del 15%**, el resultado obtenido es **1028,5**. ¿Cuál era el valor de esa cantidad al principio?

Resolución: El índice de variación para una disminución del 15% es IV=**0,85** (que viene de $1 - 0{,}15$). Para hallar la cantidad inicial, dividimos el resultado final entre el índice:

$$C_{final} = C_{inicial} \cdot IV$$

$$1028{,}5 = C_{inicial} \cdot 0{,}85$$

$$C_{inicial} = \frac{1028{,}5}{0{,}85} = 1210.$$

La cantidad inicial era **1210**.

8.21. Problema 21: cálculo de la cantidad inicial (porcentajes encadenados):

Un valor desconocido ha **aumentado un 10%** y, sobre ese nuevo valor, ha **disminuido después un 20%**. Si el resultado final de estas operaciones es **365,2**, ¿cuál era la cantidad original?

Resolución: Calculamos el índice de variación total multiplicando ambos índices: $IV_{total} = IV_1 \cdot IV_2 = 1{,}10 \cdot 0{,}80 = 0{,}88$. Para obtener la cantidad inicial, dividimos el final por el producto de los índices:

$$C_{final} = C_{inicial} \cdot IV$$

$$365{,}2 = C_{inicial} \cdot 0{,}88$$

$$C_{inicial} = \frac{365{,}2}{0{,}88} = 415.$$

La cantidad inicial era **415**.

Aquí tienes 4 problemas resueltos siguiendo el esquema solicitado, basados en las fórmulas y ejemplos de las fuentes sobre interés simple y compuesto,.

8.22. Problema 22: cálculo de beneficios

Enunciado: Se deposita un capital de 4000 € a un interés simple anual del 3,5% durante 8 años. ¿Qué interés se obtiene y cuál es el capital final?

1. **Datos:**
   - Capital inicial (C_i): 4000 €
   - Interés (r): 3,5%
   - Tiempo (t): 8 años
2. **Planteamiento:**
   - Fórmula del interés: $I = \frac{C_i \cdot r \cdot t}{100}$
   - Fórmula del capital final: $C_f = C_i + I$.
3. **Operaciones:**
   - $I = \frac{4000 \cdot 3{,}5 \cdot 8}{100} = \frac{112000}{100} = 1120\,€$
   - $C_f = 4000 + 1120 = 5120\,€$
4. **Solución e interpretación:** El interés generado es de **1120 €** y el capital final asciende a **5120 €**. Esto significa que, al ser interés simple, los beneficios se calculan siempre sobre los 4000 € iniciales y no se acumulan año tras año para generar nuevos intereses.

8.23. Problema 23: cálculo de capital final

Enunciado: Calcula el capital final en el que se convierte la cantidad de 15 000 € en 4 años a un interés compuesto del 6% anual.

1. **Datos:**
   - $C_i = 15000\,€$
   - $r = 6\%$
   - $t = 4$ años
2. **Planteamiento:**
   - Fórmula del interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$
3. **Operaciones:**
   - $C_f = 15000 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^4$
   - $C_f = 15000 \cdot (1{,}06)^4$
   - $C_f = 15000 \cdot 1{,}26247 \ldots \approx 18937{,}15\,€$

4. **Solución e interpretación:** El capital final es de **18 937,15 €**. En este caso, los intereses producidos cada año se añaden al capital para producir nuevos intereses en el año siguiente, lo que hace que el dinero crezca más rápido que en el interés simple.

8.24. Problema 24: comparativa simple vs. coEscriba aquí la ecuación.mpuesto

Enunciado: Se desea colocar 1250 € durante 5 años a un rédito del 4%. ¿Qué diferencia de capital final habrá entre aplicarlo a interés simple o a interés compuesto?

1. **Datos:**
   - $C_i = 1250\,€; r = 4\%; t = 5$ años.
2. **Planteamiento:** Calcular ambos capitales finales con sus respectivas fórmulas.
3. **Operaciones:**
   - **Simple:** $C_f = 1250 + \frac{1250 \cdot 4 \cdot 5}{100} = 1250 + 250 = 1500\,€$.
   - **Compuesto:** $C_f = 1250 \cdot (1{,}04)^5 = 1250 \cdot 1{,}21665 = 1520{,}81\,€$.
4. **Solución e interpretación:** El capital final simple es **1500 €** y el compuesto es **1520,81 €**. La diferencia es de **20,81 €**. Esto demuestra que, para el mismo tiempo y rédito, el interés compuesto es más beneficioso para el ahorrador porque los intereses son productivos.

8.25. Problema 4: Hallar el interés (rédito)

Enunciado: Un capital de 1500 € se ha colocado durante dos años a interés compuesto y se ha obtenido un capital final de 1717,35 €. ¿Qué tipo de interés se ha aplicado?

1. **Datos:**
   - $C_i = 1500\,€$
   - $C_f = 1717{,}35\,€$
   - $t = 2$ años.
2. **Planteamiento:** Sustituir en la fórmula $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$ y despejar r.
3. **Operaciones:**
   - $1717{,}35 = 1500 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$
   - $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = \frac{1717{,}35}{1500} = 1{,}1449$
   - $1 + \frac{r}{100} = \sqrt{1{,}1449} = 1{,}07$
   - $\frac{r}{100} = 1{,}07 - 1 = 0{,}07 \Rightarrow r = 7\%$.
4. **Solución e interpretación:** El tipo de interés aplicado ha sido del **7% anual**. Este cálculo permite conocer la rentabilidad real de una inversión conociendo cuánto dinero se puso y cuánto se retiró finalmente tras un periodo determinado.